

Secuencias didácticas en el álgebra temprana con estudiantes con capacidades excepcionales¹

Iván Andrés Padilla Escorcía², Sonia Valbuena Duarte³, Aricelith Rivera Payares⁴

Resumen

Introducción: en las aulas de clase es común encontrar estudiantes con capacidades excepcionales, la falta de interés de las escuelas y de los profesores por atenderlos genera que este tipo de estudiantes se trunque en sus habilidades, puesto que sus aprendizajes son abordados al mismo ritmo de estudiantes con capacidades regulares. En ese orden de ideas, algunos estudiantes desarrollan habilidades del pensamiento lógico-matemático en la educación básica primaria, por lo que la introducción al álgebra temprana es una manera de aprovechar sus competencias y a su vez potenciarlas de una manera que sea del interés para ellos. **Objetivo:** caracterizar

secuencias didácticas para el desarrollo del álgebra temprana en estudiantes con talento excepcional de educación primaria en matemáticas. **Materiales y métodos:** se llevó a cabo mediante un enfoque cualitativo y diseño de estudios de casos múltiples. Se emplearon técnicas como la observación participante y no participante, la entrevista al profesor y a estudiantes con talento excepcional y el análisis didáctico. **Resultados:** se encontraron avances significativos en los estudiantes con talento excepcional que fueron capaces de identificar una variable en un problema matemático y presentar argumentos básicos en la solución, y que desarrollaron las competencias matemáticas de resolución de problemas y argumentación al adquirir un

1 Artículo original derivado del proyecto de investigación *Educación matemática en tiempos del Covid-19: una mirada de estudiantes, profesores en formación de matemáticas y profesores en ejercicio de matemática en instituciones de educación superior* de la Universidad del Atlántico, ejecutado entre 2021 y 2022 por el grupo de investigación GIMED y financiado por Universidad del Atlántico.

2 Candidato a Doctor en Ciencias en el área de Matemática Educativa del Instituto Politécnico Nacional de México, magíster en Educación de la Universidad del Norte, especialista en Estadística Aplicada de la Universidad del Atlántico, licenciado en Matemáticas de la Universidad del Atlántico. Profesor e investigador y miembro del grupo GIMED de la Universidad del Atlántico. Correo: iapadilla@mail.uniatlantico.edu.co, Orcid: 0000-0003-1210-3712.

3 Doctor en Ciencias de la Universidad del Norte, magíster en Matemáticas de la Universidad del Norte, magíster en Educación de la Universidad de San Buenaventura de Cali, especialista en Física de la Universidad del Atlántico, licenciada en Matemáticas y Física de la Universidad del Atlántico. Profesora e investigadora, integrante del grupo GIMED de la Universidad del Atlántico. Correo: soniabalbuena@mail.uniatlantico.edu.co, Orcid: 0000-0003-3667-1087.

4 Licenciada en Matemáticas de la Universidad del Atlántico. Correo: aprivera@mail.uniatlantico.edu.co

Autor para Correspondencia: iapadilla@mail.uniatlantico.edu.co

Recibido: 06/08/2023 Aceptado: 10/07/2024

*Los autores declaran que no tienen conflicto de interés

lenguaje simbólico literal y saber justificar conclusiones a problemas matemáticos.

Conclusiones: las actividades diseñadas potenciaron el pensamiento matemático en las competencias de resolución de problemas y argumentación en los estudiantes debido a la

creatividad, originalidad, discurso y lenguaje matemático utilizado en las mismas.

Palabras clave: álgebra, argumentación, pensamiento matemático, resolución de problemas, talentos excepcionales.

Didactic sequences in early algebra with students with exceptional abilities

Abstract

Introduction: in classrooms it is common to find students with exceptional abilities, the lack of interest of schools and teachers to attend to this type of students generates that this type of students is truncated in their abilities, since their learning is approached at the same time. same rate of students with regular ability. In that order, some students develop logical-mathematical thinking skills in primary education, so the early introduction to algebra is a way to take advantage of the skills of this type of student and in turn enhance them in a way that is of interest. for them.

Objective: Characterize didactic sequences for the development of early algebra in students with exceptional talent in Primary

Education in mathematics. **Materials and methods:** It was carried out using a qualitative approach and design of multiple case studies. Techniques such as participant and non-participant observation, the interview with the teacher and students with exceptional talent and didactic analysis were used).

Results: Significant advances were found in students with exceptional talent, by identifying a variable in a mathematical problem and presenting basic arguments in the solution, developing mathematical problem-solving and argumentation skills, by acquiring literal symbolic language and knowing how to justify conclusions. to math problems. **Conclusions:** It was concluded that the designed activities enhanced mathematical thinking in problem solving and argumentation skills in students due to the creativity, originality, discourse and mathematical language used in them.

Keywords: Algebra, argumentation, Mathematical thinking, problem solving, Exceptional talent.

Sequências didáticas em álgebra inicial com alunos com habilidades excepcionais

Resumo

Introdução: nas salas de aula é comum encontrar alunos com habilidades excepcionais, a falta de interesse das escolas e professores em atender esse tipo de aluno

gera que esse tipo de aluno seja truncado em suas habilidades, já que seu aprendizado é abordado ao mesmo tempo. mesma taxa de alunos com habilidade regular. para eles. **Objetivo:** Caracterizar sequências didáticas para o desenvolvimento da álgebra precoce em alunos com talento excepcional em Matemática do Ensino Fundamental. **Materiais e métodos:** Realizou-se com abordagem qualitativa e delineamento de estudos de casos múltiplos. Foram utilizadas técnicas como a observação participante

e não participante, a entrevista com o professor e alunos com excepcional talento e análise didática). **Resultados:** Avanços significativos foram encontrados em alunos com talento excepcional, ao identificar uma variável em um problema matemático e apresentar argumentos básicos na solução, desenvolvendo habilidades matemáticas de resolução de problemas e argumentação, adquirindo linguagem simbólica literal e sabendo justificar conclusões. problemas

de matemática. **Conclusões:** Concluiu-se que as atividades projetadas melhoraram o pensamento matemático na resolução de problemas e nas habilidades de argumentação nos alunos devido à criatividade, originalidade, discurso e linguagem matemática usados neles.

Palavras-chave: álgebra, argumentação, pensamento matemático, resolução de problemas, talentos excepcionais.

Introducción

Los estudiantes suelen presentar dificultades en la conceptualización y resolución de problemas relacionados con el álgebra. Esto debido a que, en los primeros años de escolaridad, la enseñanza de las matemáticas se basa solamente en contenidos de tipo aritmético (Kieran *et al.*, 2016; Castañeda *et al.*, 2019; Padilla Escorcía y Mayoral Viñas, 2020). Por ello, autores como Cervantes *et al.* (2019) y Hulse *et al.* (2019) plantean que es necesario asociar el álgebra y la aritmética para que así los estudiantes obtengan un conocimiento formal de los contenidos previos y posteriores al álgebra.

Sin embargo, las instituciones educativas de Colombia no abordan contenidos de álgebra temprana, pese a que están establecidos dentro de los estándares básicos de competencias (EBC) y en los derechos básicos de aprendizaje (DBA) (Ministerio de Educación Nacional [MEN], 2006; MEN, 2016). Lo cual repercute en los resultados de las pruebas nacionales del Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (Icfes) e internacionales de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE) en las que los estudiantes colombianos han obtenido un desempeño mínimo en las competencias matemáticas de resolución

de problemas, argumentación, modelación y comunicación (Icfes, 2018) debido a que resuelven los problemas con un nivel de dificultad bajo y llegan a conclusiones sencillas con datos explícitos.

En ese orden, Carraher y Schliemann (2019), proponen que las dificultades que presentan los estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas en los últimos años de escolaridad pueden ser subsanados, si se considera en los currículos de educación básica primaria la inclusión de contenidos de álgebra temprana, de manera que los estudiantes desde los primeros ciclos escolares obtengan conocimientos acerca de las intuiciones naturales e informales de patrones y también en la relación de la formalización del pensamiento matemático.

Por otra parte, en el aula existen estudiantes con habilidades superiores a sus pares académicos, a los cuales no se les potencian sus capacidades debido a que los profesores frecuentemente centran su atención en los estudiantes con dificultades o con necesidades académicas (Valbuena *et al.*, 2021). Por ello, el Ministerio de Educación Nacional considera que este tipo de estudiantes son una población invisible en las instituciones educativas (MEN, 2016), no obstante, estos estudiantes pertenecen al sistema educativo por lo cual,

es necesario que tengan la misma atención que los demás (Valbuena *et al.*, 2018).

La presente investigación centra la atención en estudiantes con talentos excepcionales en el área de matemáticas, los cuales poseen aptitudes en el sistema numérico, en la resolución de problemas y en la argumentación lógico-matemática (Centro de Investigación y Documentación Educativa, 2000). No obstante, las instituciones y los profesores no atienden sus necesidades educativas específica debido a que no se les brindan actividades que potencien sus habilidades en cuanto al pensamiento matemático (Castro *et al.*, 2015; Lastre *et al.*, 2019; Valbuena *et al.*, 2018). Así pues, el objetivo de esta investigación es caracterizar secuencias didácticas para el desarrollo del álgebra temprana en estudiantes excepcionales de educación básica primaria.

Ahora bien, a partir de las dificultades en las competencias matemáticas y en el álgebra y en la falta de atención a estudiantes con capacidades excepcionales en el área de las matemáticas, se emplearon los niveles de algebrización propuestos por Godino *et al.* (2014) cuyo objetivo es desarrollar el razonamiento algebraico en la educación básica primaria hasta la básica secundaria. A continuación, se exponen los niveles de algebrización:

- **Nivel 0:** no razona algebraicamente.
- **Nivel 1:** razona con lenguaje natural sin identificar variables.
- **Nivel 2:** razona con un lenguaje simbólico al identificar variables en ecuaciones tipo $Ax \pm B=C$ **sin operar con ellas.**
- **Nivel 3:** razona con un lenguaje simbólico, identifica variables al operar con ellas utilizando ecuaciones de tipo $Ax \pm B=Cx \pm D$.

En el caso de la competencia de argumentación, se implementó el modelo de Toulmin (2003) que consta de seis elementos para identificar el proceso argumentativo del estudiante: i) los datos, es la base de la idea central; ii) la conclusión, lo que se quiere argumentar; iii) la garantía, es el fundamento de la conclusión; iv) el cualificador modal, es aquel que da la validez a la conclusión; v) el respaldo, presenta datos adicionales para el fundamento de la conclusión; vi) la refutación, es la que establece las contradicciones.

Materiales y métodos

La investigación fue de tipo cualitativo y se empleó un diseño de estudios de casos múltiples, que según Ary *et al.* (2010), consta de sus propios procesos, además permite explorar y comprender de manera específica las similitudes y diferencias de los casos en la recopilación y en el análisis de la información a desarrollar que en este caso es la resolución de problemas y de argumentación en el álgebra temprana con estudiantes excepcionales.

La elección de la muestra fue intencional, teniendo en cuenta los criterios propuestos por Simons (2011) se eligieron tres estudiantes de quinto grado de educación básica primaria con talento excepcional en matemáticas, los participantes contaron con el consentimiento de sus padres, además del tiempo y el interés en realizar las actividades. Es importante aclarar que, para identificar a los talentos excepcionales, la institución educativa distrital realiza una prueba para establecer si posee o no capacidades o talento excepcionales. La investigación se desarrolló en tres fases, a saber:

- **Recolección de la información**

La información se recolectó a través de la observación participante y no participante

enfocadas en el profesor a cargo del área en el grado quinto y en los estudiantes con talento excepcional. La observación se realizó en modalidad virtual remota debido a la contingencia del Covid-19, además se aplicó una entrevista al profesor, el cuestionario constó de ocho preguntas que indagaban por su metodología para potenciar las habilidades de los estudiantes excepcionales, por su conocimiento para impartir clases a este tipo de estudiantes y por la implementación de contenidos de álgebra temprana y de las competencias matemáticas, específicamente la resolución de problemas, la argumentación y el uso de las secuencias didácticas. Asimismo, se hizo una entrevista a los tres estudiantes excepcionales que consistió en seis situaciones problemas cuya finalidad fue determinar qué nivel de algebrización y argumentación evidenciaban. En el análisis de los resultados los estudiantes se identifican como E seguido del número correspondiente por ejemplo estudiante 1 sería E1 y en el caso del profesor como (P).

- **Ejecución de las secuencias didácticas**

Al interpretar y analizar los resultados de la prueba diagnóstica de los estudiantes excepcionales se diseñaron cuatro actividades que permitieron desarrollar las competencias matemáticas antes mencionadas. Cada secuencia comprendía un grado de complejidad más alto que la anterior.

- **Análisis de las secuencias didácticas**

El análisis de los resultados de las secuencias didácticas se adaptó según la técnica de análisis didáctico de Rico (2013), enfocado en las competencias matemáticas de resolución de problemas y argumentación en el álgebra temprana.

Resultados

Se realizó una prueba diagnóstica a los estudiantes excepcionales a través de un cuestionario que constaba de seis situaciones problema para conocer su nivel de algebrización y de argumentación. La siguiente situación problema se consideró como intermedia, ya que fue dirigida para un nivel 2 de algebrización y de argumentación. En el análisis se tuvieron en cuenta la interpretación, la resolución y la argumentación que el estudiante presentó.

- **Situación problema:** Si Camila tiene 15 pesos y está en una tienda y se compra 5 golosinas y luego se compra un helado que cuesta 7 pesos ¿Cuánto se gastó Camila? ¿Le quedó dinero?

De lo anterior, los estudiantes excepcionales interpretaron y resolvieron la situación problema de manera similar, en el caso del estudiante 1, empleó operaciones básicas como la suma y la resta para hallar el valor de cuánto se gastó y cuánto dinero le quedó a Camila, el estudiante no empleó relación entre números y operaciones ni identificó una incógnita, simplemente buscó valores que le permitieran tener un valor menor o igual a 15, tal como se evidencia en la **figura 1**.

Figura 1

Respuesta de E1 a la situación problema

Handwritten student work on grid paper. At the top, a circled '2' is followed by the text: "R = Depende del valor de la golosina (□ = valor de 1 golosina)". Below this, the equation $5 \times \square + 7 =$ is written, with a question mark inside the square and the text "Lo que gastó" to its right. Two calculations are shown below: $5 \times 1 + 7 = 12$ with an arrow pointing to "le sobra \$3", and $5 \times 2 + 7 = 17$ with the text "NO SE PUEDE" to its right.

En la primera operación que realizó E1, el valor dado es menor que 15 y en el segundo es mayor. No obstante, al no identificar una incógnita y hallar su valor al despejar la ecuación, E1 se clasificó en un nivel 1 de algebrización y en un nivel 0 de argumentación, puesto que no se evidencia ningún elemento argumentativo como datos y conclusión (Godino *et al.*, 2014; Romero *et al.*, 2018).

Ahora, debido a que los estudiantes presentaron un resultado bajo en los niveles de argumentación, en el cuestionario realizado al profesor se le preguntó si consideraba que los estudiantes desarrollaban las competencias del pensamiento matemático en cada una de las actividades, ejercicios o tareas que él les proponía, específicamente la competencia argumentativa. Su respuesta fue la siguiente: "La competencia argumentativa es difícil de desarrollar en los primeros ciclos" (P). No obstante, según el MEN (2006), la argumentación es una competencia que se emplea desde los primeros ciclos, fomentando en los estudiantes las conjeturas, la veracidad de las conjeturas y sus justificaciones. Por tal motivo, a partir de los resultados de la prueba diagnóstica se diseñaron secuencias didácticas que consistieron en cuatro actividades que buscaban el desarrollo de las competencias de resolución de problemas y la argumentación en

el álgebra temprana. Las actividades contenían de 4 a 5 problemas, los cuales variaban en situaciones problemas, en problemas figurales y de ejercitación.

Las actividades se clasificaron de la siguiente manera: las dos primeras actividades se enfocaron en los niveles 1 y 2 de algebrización de modo que los estudiantes adquirieran un lenguaje simbólico-literal al emplear variables o incógnitas. Así mismo, se abordó la argumentación en los niveles 1 y 2, estableciéndose en un nivel básico, teniendo en cuenta tres elementos de Toulmin como los datos, la garantía y la conclusión. Las dos actividades restantes se centraron en los niveles 2 y 3 de algebrización, en las cuales tendrían un lenguaje simbólico-literal al emplear incógnitas y operar con ellas. Respecto a los niveles 2 y 3 de argumentación se buscaba obtener un proceso argumentativo sustentado en los datos, la garantía, el cualificador y las conclusiones.

La primera actividad estaba enfocada en la resolución y argumentación de situaciones problemas, para que los estudiantes se establecieran en un nivel 2 de algebrización y de argumentación para la comprensión de patrones y relaciones de los datos planteados en los problemas con el fin de desarrollar las

competencias de resolución de problemas y argumentación. La actividad consistió en seis situaciones problema agrupadas así: tres para nivel 1 y tres para nivel 2, tanto para la argumentación como para la algebrización. A continuación, se analiza una situación problema enfocada en el nivel 2 de algebrización y de argumentación.

- **Actividad 1:** El colegio realizó una feria para que los grados recogieran fondos. Los de octavo recogieron \$125, sexto recogió 4 veces más que octavo. Si noveno recogió la quinta parte de sexto y séptimo recogió tres veces más que noveno:
 - a. ¿Cuánto recogieron sexto, séptimo y noveno? Argumenta tu respuesta.
 - b. ¿Cuál es el total de lo recolectado en los cuatro grados? ¿Cómo hallaste el total de lo recaudado? ¿Por qué lo hiciste así?

En esta situación problema los estudiantes se establecieron en un nivel 1 o nivel incipiente de algebrización puesto que resolvieron utilizando operaciones básicas y un lenguaje natural para llegar al resultado. La interpretación y la resolución de los estudiantes fueron idénticas. Obsérvese la respuesta del E3:

Octavo recogió 125 y sexto recogió 4 veces más que octavo, $125 \times 4 = 500$ entonces sexto recogió 500. Noveno recaudo la quinta parte de lo que recogió sexto, $500 \div 5 = 100$ entonces noveno recogió 100. Séptimo recogió el triple que recogió noveno, $100 \times 3 = 300$ por lo tanto séptimo recaudo 300.

En general, ningún estudiante asoció una simbología para formular una ecuación que les permitiera encontrar las cantidades faltantes y así avanzar a un nivel 2 de algebrización. Una forma en que los estudiantes excepcionales se establecieron en nivel 2 de algebrización sería razonando algebraicamente por medio de ecuaciones las soluciones de lo recolectado en cada grado, por ejemplo tal que, el estudiante pueda hallarse en un nivel 2 o intermedio de algebrización al identificar una variable sin operar directamente con ella (Godino *et al.*, 2014).

Por otra parte, los estudiantes argumentaron el cómo y el por qué realizar dicha operación, pues para hallar el total de ciertas cantidades o valores la suma es la operación más veraz para encontrar el resultado teniendo en cuenta el procedimiento que ellos realizaron. Sin embargo, sus argumentos no cumplen todas las características propuestas en el modelo de Toulmin (2003) puesto que no se evidencia un fundamento a la garantía y una refutación (figura 2).

Figura 2.

Implementación del modelo de Toulmin (2003) E3 actividad 19



Nota. Adaptado de Valbuena *et al.* (2020).

Al implementar el modelo de Toulmin propuesto por Valbuena *et al.* (2020), se puede observar que los estudiantes se establecieron en un nivel 3 o medio de argumentación, es decir, un nivel más del establecido para la actividad al fundamentar su conclusión con datos, garantía y cualificador modal (Romero *et al.*, 2018). Además, se evidencia un avance significativo en los argumentos si se comparan los resultados con los obtenidos en la prueba diagnóstica en la cual la mayoría de sus respuestas no presentaron un proceso argumentativo. No obstante, para desarrollar el proceso argumentativo de los estudiantes en el desarrollo de la actividad se les preguntó ¿Cómo lo hiciste? ¿Por qué lo hiciste así?

La siguiente actividad estuvo enfocada en la resolución de problemas para ubicar a los estudiantes excepcionales en un nivel 2 de algebrización al poder identificar una incógnita y presentar un lenguaje simbólico-literal. En cuanto a la argumentación, se esperaba avanzar al nivel 4 o alto de argumentación, no obstante, en el siguiente problema que se analiza, los estudiantes no evidencian un

avance a un nivel 4 sino que permanecen en un nivel 3, el problema planteado fue el siguiente.

- **Actividad 2:** Completa la siguiente tabla, anexa el proceso que hiciste y escribe una conclusión.

Tabla.

Actividad 2

Ecuación	x
$x + 2 = 0$	3
$x - 1 = 0$	5
$x + 3 = 0$	4
$x - 4 = 0$	7
$x + 5 = 0$	
$x - 6 = 0$	
$x + 7 = 0$	
$x - 8 = 0$	
$x + 9 = 0$	
$x - 10 = 0$	

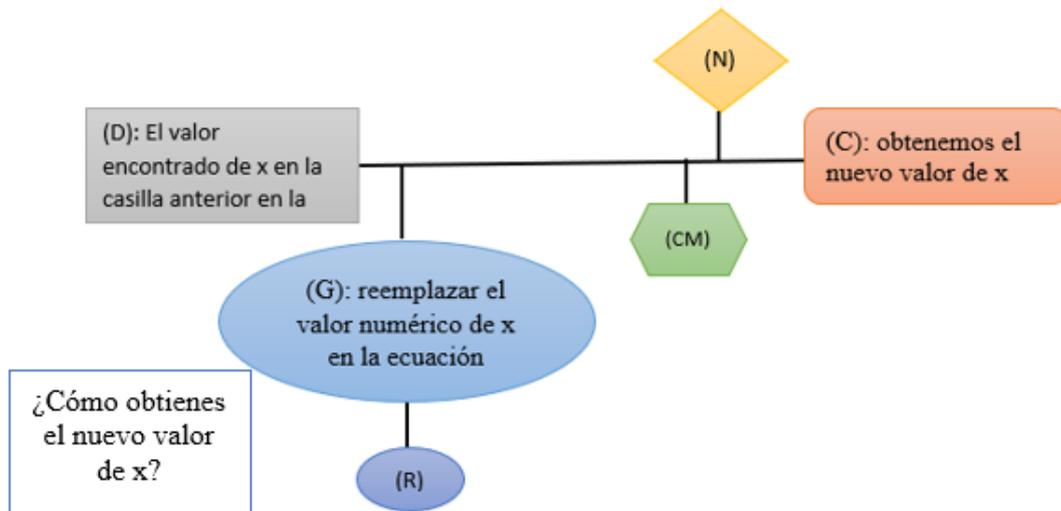
El ejercicio consistía en que los estudiantes relacionaran los resultados dados con el valor de x , para así establecerse en un nivel 2 al no operar directamente con la incógnita y encontrar la secuencia de los valores que toma x en cada ecuación. Los resultados de los E1 y E2 fueron iguales, sus conclusiones tenían el mismo enfoque, pero expresado diferente. Debido a que no operaron directamente con la incógnita, pero establecieron un lenguaje simbólico, es decir, se establecieron en un nivel 2 de algebrización (Godino *et al.*, 2014). En el caso de la competencia argumentativa, la conclusión de cada estudiante tuvo su particularidad, como se muestra a continuación:

- Conclusión E1: “El valor encontrado de x en la casilla anterior en la ecuación podemos reemplazar el valor numérico de x en la ecuación y así obtenemos el nuevo valor de x ”.
- Conclusión E2: “ X equivale al número debajo la ecuación y su resultado es el siguiente valor de x ”.

La diferencia entre las conclusiones radica en su proceso argumentativo, pues E1 se establece en un nivel 2 de argumentación (figura 2) y E2 en un nivel 1 de argumentación (figura 3) (Romero *et al.*, 2018) puesto que E1 presenta una garantía al tener respuesta de la pregunta realizada por la investigadora.

Figura 3.

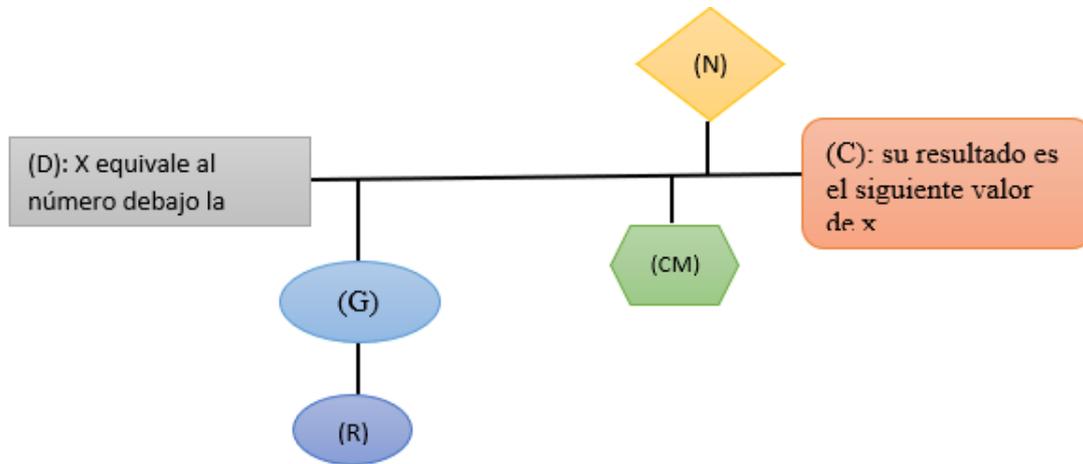
Implementación modelo de Toulmin actividad 2 respuesta E1



Nota. Adaptado de Valbuena *et al.* (2020).

Figura 4.

Implementación modelo de Toulmin actividad 2 respuesta E2



Nota. Adaptado de Valbuena *et al.* (2020).

Al implementar el modelo de Toulmin se evidencia que, aunque interpretaron y resolvieron de manera similar el problema estableciéndose en un nivel 2 de algebrización, su proceso argumentativo no es el mismo pues E1 carece de elementos como el cualificador modal, el respaldo y la refutación; por su parte, E2 no presenta una garantía por lo que su argumento es mínimo comparado con su par académico (Romero *et al.*, 2018).

Por otro lado, el estudiante 3 (E3) interpretó, realizó y concluyó de manera distinta el problema puesto que no realizó las operaciones de la manera en que la investigadora había previsto, esto se debe a que su mente creativa lo llevó a la comprensión de las operaciones con respecto a los resultados, no vio los resultados como diagonal sino como vertical, es decir, con un lenguaje natural utilizado en la aritmética, por tanto el estudiante se encuentra en un nivel 1 de algebrización (Godino *et al.*, 2014). E3 concluyó lo siguiente:

- “Cada vez que se suma el número x equivale a 1 y cada vez que se resta el número x equivale cada vez 5 más”.

No obstante, la conclusión puede ser refutada, dado que al operar la segunda resta que es $x-4$, entonces según la conclusión del estudiante el valor de x sería 10 y $10-4 = 6$, no es 7 , esto le serviría al estudiante en su argumentación pues, es la refutación de que su conclusión no es válida. Además, no presenta ninguna garantía, solo datos y conclusión, lo que demuestra que el estudiante 3 tiene un proceso argumentativo mínimo (Romero *et al.*, 2018).

Al finalizar la implementación de las secuencias didácticas, se realizó una prueba final para evidenciar el progreso de los estudiantes en las competencias de resolución de problemas y argumentación en el álgebra temprana, se identificó que los estudiantes progresaron a un nivel 2 de algebrización y de argumentación al utilizar lenguaje simbólico e identificar elementos como datos, garantía y conclusión para un proceso argumentativo

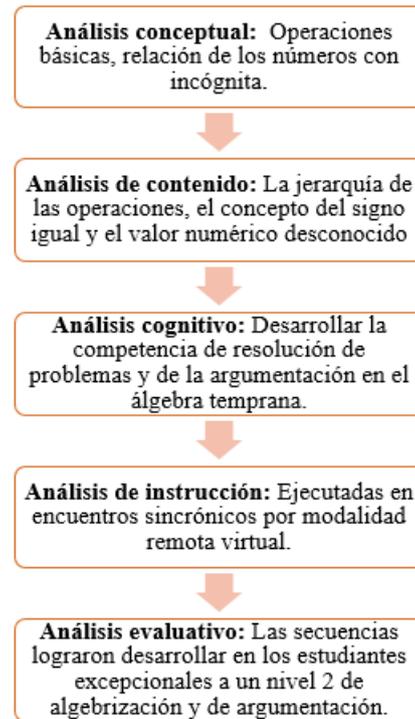
básico, un gran avance respecto a lo encontrado en la prueba diagnóstica (Godino *et al.*, 2014; Romero *et al.*, 2018).

Análisis didáctico de las secuencias didácticas en el álgebra temprana

Luego de analizar los resultados de las secuencias didácticas, se construyó el análisis didáctico de Rico (2013) que permite identificar y evaluar las actividades o tareas de diferentes temas, valga recordar que la presente investigación se enfocó en el álgebra temprana. El análisis propuesto por Rico está constituido por cinco métodos que son: i) el análisis conceptual, indica lo general en este caso las secuencias didácticas en matemáticas; ii) el análisis de contenido, indica lo particular que son las secuencias didácticas en el álgebra temprana; iii) el análisis cognitivo, se centra en los objetivos del aprendizaje del álgebra temprana en estudiantes con talento excepcional; iv) el análisis de instrucción, consiste en diseñar las actividades o tareas y realizar el cronograma de cómo y cuándo desarrollarlas; v) el análisis evaluativo, que permite evidenciar el progreso de los estudiantes al terminar las actividades o tareas. A continuación, se presenta un esquema del análisis didáctico de las secuencias didácticas en el álgebra temprana.

Figura 5.

Análisis didáctico de las secuencias didácticas en el álgebra temprana



Discusión y conclusiones

La concepción del álgebra temprana en la educación básica primaria permite que los estudiantes adquieran conocimientos algebraicos mediante problemas con una incógnita que fortalecen las competencias matemáticas, como la resolución de problemas y la argumentación (Alsina, 2019; Cervantes *et al.*, 2019). Teniendo en cuenta los resultados de la prueba diagnóstica, los estudiantes inicialmente presentaron un conocimiento incipiente de algebrización pues no identificaron incógnitas en las situaciones problemas debido a que, su enseñanza y aprendizaje está enfocado en un lenguaje natural y en procedimientos mecánicos al emplear la aritmética como única interpretación y resolución de los problemas

(Castañeda *et al.*, 2019; Medrano y Flores-Macías, 2018). Así mismo, en la competencia argumentativa presentaron un nivel bajo de argumentación ya que no justificaron las respuestas debido a que es una competencia que el profesor no aborda frecuentemente en sus planeaciones, lo que lleva a que los estudiantes no enriquezcan su discurso al utilizar el lenguaje matemático (Cervantes *et al.*, 2019; Solar, 2018). Además, se evidencia que no se ejecutan actividades que potencien las habilidades lógico-matemáticas de los estudiantes con talento excepcional debido a que los profesores no son capacitados para emplear actividades que satisfagan las necesidades educativas que estos estudiantes poseen (Acosta y Alsina, 2017; Valbuena *et al.*, 2018; Valbuena *et al.*, 2021).

Por ello, al diseñar las secuencias didácticas se consideraron elementos propuestos por Godino *et al.* (2014) en cuanto a la planificación de las actividades en relación con los niveles de algebrización y argumentación; se diseñaron problemas de álgebra temprana que potenciaran las habilidades de los estudiantes excepcionales en las competencias matemáticas de resolución de problemas y argumentación y se buscaba también identificar las dificultades que los estudiantes presentaran en el desarrollo de las actividades para, finalmente, evaluar las secuencias didácticas identificando que

actividades fortalecieron los contenidos matemáticos (Alvarado y Soto, 2020).

Como resultado de las actividades, los estudiantes excepcionales progresaron en la competencia argumentativa en la primera actividad, sin embargo, en la competencia argumentativa no se evidenciaron avances significativos, en cambio en la segunda actividad los estudiantes lograron avances significativos en ambas competencias matemáticas al identificar, comprender, resolver y argumentar de manera básica los problemas presentados (Godino *et al.*, 2014; Romero *et al.*, 2018).

Por lo expuesto en la presente investigación y según los resultados obtenidos, se concluye que es importante potenciar las habilidades de los estudiantes con talento excepcional en matemáticos mediante problemas algebraicos. Además, fortalecer las competencias de resolución de problemas y argumentación para enriquecer su creatividad, originalidad, discurso y lenguaje matemático. Por lo que es necesario que los profesores, incluidos los que están en formación, se capaciten para la enseñanza de las matemáticas en este tipo de estudiantes e introduzcan conceptos básicos de álgebra en sus planeaciones para que desde temprana edad adquieran conocimiento de ecuaciones sencilla, patrones y símbolos.

Referencias

Acosta, C. y Alsina, Á. (2017). Conocimientos del profesorado sobre las altas capacidades y el talento matemático desde una perspectiva inclusiva. *Números*, (94), 71-92.

Alsina, Á. (2019). Del razonamiento lógico-matemático al álgebra temprana en

Educación Infantil. *Edma 0-6*, 8(1), 1-19. <https://lc.cx/NBe96q>

Alvarado, J. y Soto, J. (Eds.). (2020). Una metodología para el diseño de secuencias didácticas para la educación matemática. En P. Balda, M. Parra y H. Sostenes (Eds.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 356-367). Comité Latinoamericano de Matemática

- Educativa. <http://funes.uniandes.edu.co/22412/1/Alvarado2020Una.pdf>
- Ary, D., Jacobs, L., Sorensen, C. and Razavieh, A. (2010). *Introduction to research in education*. (8ª ed.). Cengage Learning.
- Carraher, D. and Schliemann, A. (2019). Early algebraic thinking and the US mathematics standards for grades K to 5. *Journal for the Study of Education and Development: Infancia y Aprendizaje*, 42(3), 479-522. <https://doi.org/10.1080/02103702.2019.1638570>
- Castañeda, S., Castañeda, C. y Torres, L. (5-10 de mayo de 2019). *Una aproximación al álgebra escolar desde la resolución de problemas aritméticos a través del concepto de ecuación* [Ponencia]. Conferencia Interamericana de Educación Matemática, Medellín, Colombia. <https://conferencia.ciaem-redumate.org/index.php/xvciaem/xv/paper/viewFile/856/134>
- Castro, E., Ruiz-Hidalgo, J. y Castro-Rodríguez, E. (2015). Retos, profesores y alumnos con talento matemático. *Aula*, 21, 85-104. <https://doi.org/10.14201/aula20152185104>
- Centro de Investigación y Documentación Educativa -CIDE. (2000). *Alumnos precoces, superdotados y altas capacidades*. Secretaría General Técnica.
- Cervantes, J., Valbuena, S. y Paternina, Y. (2019). Argumentos de estudiantes de primaria en el contexto del álgebra temprana. *Educación y Humanismo*, 21(37), 120-138. <https://doi.org/10.17081/eduhum.21.37.3459>
- Godino, J., Aké, L., Gonzato, M. y Wilhelmi, M. (2014). Niveles de algebrización de la actividad matemática escolar. Implicaciones para la formación de maestros. *Enseñanza de las Ciencias*, 32(1), 199-219. <https://lc.cx/JGcf68>
- Hulse, T., Daigle, M., Manzo, D., Braith, L., Harrison, A. and Ottmar, E. (2019). From here to there! Elementary: A game-based approach to developing number sense and early algebraic understanding. *Educational Technology Research and Development*, 67, 423-441. <https://doi.org/10.1007/s11423-019-09653-8>
- Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación Superior -Icfes. (2018). Resultados nacionales 3º, 5º y 9º, 2012-2017. <https://lc.cx/AS6-tz>
- Kieran, C., Pang, J., Schifter, D. and Ng, S. (2016). *Early algebra: Research into its Nature, its Learning, its Teaching*. Springer Open. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-32258-2>
- Lastre, K., Anaya, F. y Martínez, L. (2019). Índices de inclusión en una institución pública de Colombia. *Espacios*, 40(33), 1-7. <https://lc.cx/QxAEB7>
- Medrano, A. y Flores-Macías, R. (2018). Álgebra temprana como herramienta de análisis y comprensión de problemas aritméticos en primaria. *Cultura, Educación y Sociedad*, 9(1), 9-26. <https://doi.org/10.17981/cultedusoc.9.1.2018.01>
- Ministerio de Educación Nacional -MEN. (2006). *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas*. Imprenta Nacional de Colombia. https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf
- Ministerio de Educación Nacional -MEN. (2016). *Derechos Básicos de Aprendizaje*

- (DBA). http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/DBA_Matem%C3%A1ticas.pdf
- Padilla Escorcía, I. y Mayoral Viñas, V. (2020). Las tutorías académicas en el fortalecimiento del álgebra en estudiantes de octavo grado en una escuela distrital de Barranquilla. *Zona Próxima*, 32, 33-54. <http://dx.doi.org/10.14482/zp.32.371.4>
- Rico, L. (2013). El método del análisis Didáctico. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, (23), 11-27. <https://funes.uniandes.edu.co/15988/1/Rico2013El.pdf>
- Romero, J., Bonilla, G. y Álvarez, O. (2018). Las representaciones múltiples como estrategia didáctica para el fortalecimiento de la competencia argumentativa en básica secundaria. *Tecné, Episteme y Didaxis*, (Número Extraordinario), 1-10. <https://lc.cx/Du0mJm>
- Simons, H. (2011). *Estudio de caso: teoría y práctica*. Morata.
- Solar, H. (2018). Implementación de la argumentación en el aula de matemáticas. *Revista Colombiana de Educación*, 74, 155-176. <https://doi.org/10.17227/rce.num74-6902>
- Toulmin, S. (2003). *The uses of argument*. (1a ed.). Cambridge University Press. <https://lc.cx/A0qXn1>
- Valbuena, S., Cervantes, J. y Herrera, L. (2020). *Patrones de argumentación colectiva en clases de matemáticas de profesores de educación media*. Universidad del Atlántico.
- Valbuena, S., Padilla-Escorcía, I. y Rodríguez, E. (2018). El juego y la inteligencia lógico-matemática en estudiantes con capacidades excepcionales. *Educación y Humanismo*, 20(35), 166-183. <https://doi.org/10.17081/eduhum.20.35.2964>
- Valbuena, S., Padilla-Escorcía, I. y Rodríguez, E. (2021). Reconocer la inteligencia lógico-matemática de estudiantes con capacidades excepcionales. *Tecné, Episteme y Didaxis*, (49), 53-72. <https://doi.org/10.17227/ted.num49-8152>